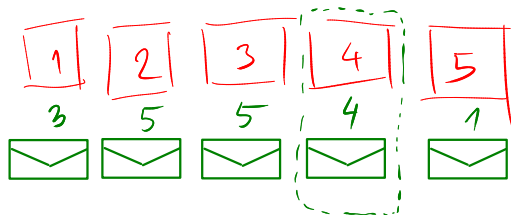


2. Uvažujme  $n$  různých dopisů a  $n$  různých obálek s již nadepsanou adresou. Zmatená sekretářka umístí dopisy do obálek zcela náhodně.

- (a) Jaká je pravděpodobnost, že je alespoň jeden dopis ve správné obálce?  
 (b) Spočítejte limitu této pravděpodobnosti pro  $n \rightarrow \infty$  a zjistěte, jak se tato limita liší od přesného výsledku pro  $n = 5$  a  $n = 10$ .



$S_k$  ... permutace, kde  $k$ -dy' element je první

$n = 2$ :

$k$	permutace	
1	1 2	$\sum_{i=1}^n  S_i  = \sum_{i < j}  S_i \cap S_j  = 2 - 1 = 1$
2	1 2	

$n = 3$

$k$				$i$ pro
1	1	2	3	$\leftarrow k=2, k=3$
	1	3	2	
2	1	2	3	$\leftarrow k=1, k=3$
	3	2	1	
3	1	2	3	$\leftarrow k=1, k=2$
	2	1	3	

$$\sum_{i=1}^3 |S_i| = \sum_{i < j} |S_i \cap S_j| + \sum_{i < j < k} |S_i \cap S_j \cap S_k|$$

$$6 - 3 + 1$$

$$\binom{n}{1} (n-1)! - \binom{n}{2} (n-2)! + \binom{n}{3} (n-3)!$$

$$\frac{n!}{(n-1)!} (n-1)! - \frac{n!}{(n-2)! 2!} + \frac{n!}{(n-3)! 3!} (n-3)! - \dots$$

$k = 4$

$i$  pro

$k$					
1	1	2	3	4	$k=2, k=3, k=4$
	1	2	4	3	$k=2$
	1	3	2	4	$k=4$
	1	3	4	2	
	1	4	2	3	
	1	4	3	2	$k=3$

$n \rightarrow \infty$ :

$$n! - \frac{n!}{2!} + \frac{n!}{3!} - \dots = n! \left( 1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} - \dots \right)$$

#perm s prvním bodem

$n!$  # všech permutací

$$\underline{\underline{1 - \frac{1}{e}}}$$